

Агентство образования администрации Красноярского края
Красноярский государственный университет
Заочная естественно-научная школа при КрасГУ

МАТЕМАТИКА

Дополнительная образовательная программа

для учащихся ЗЕНШ при КрасГУ

Возраст детей 15-17 лет

Срок реализации 3 года

Авторы программы: А.М.Кытманов, В.М.Бусаркин, А.М.Быковских,
Т.И.Качаева, Н.С.Красикова, Е.К.Лейнартас, С.Г.Мысливец, Т.А.Осетрова,
В.В.Работин, С.П.Царев

Красноярск, 2006

Составители: А.М.Кытманов, В.М.Бусаркин, А.М.Быковских, Т.И.Качаева,
Н.С.Красикова, Е.К.Лейнартас, С.Г.Мысливец, Т.А.Осетрова, В.В.Работин,
С.П.Царев

Математика: Дополнительная образовательная программа для учащихся ЗЕНШ
при КрасГУ/Сост: А.М.Кытманов, В.М.Бусаркин, А.М.Быковских, Т.И.Качаева,
Н.С.Красикова, Е.К.Лейнартас, С.Г.Мысливец, Т.А.Осетрова, В.В.Работин,
С.П.Царев .— Красноярск: КрасГУ, 2006. — 28 с.

Печатается по решению Дирекции
Краевого государственного учреждения дополнительного образования
Заочная естественно-научная школа при
Красноярском государственном университете

©Красноярский
государственный
университет, 2006

1. Дополнительная образовательная программа по математике

ЗЕНШ при КрасГУ для учащихся средних образовательных

учреждений 9, 10, 11 классов

Курс математики в Заочной естественно-научной школе рассчитан на 3 года (девятый, десятый и одиннадцатый классы) и содержит 15 модулей, а также 2 итоговых модуля после девятого и десятого классов.

Цели курса:

- 1) систематизировать, расширить знания по предмету;
- 2) дать почувствовать красоту математических доказательств и изящество решений и,

таким образом, сориентировать школьников в выборе будущей профессии;

3) помочь в подготовке к выпускным и вступительным испытаниям;

4) заложить фундамент под будущее обучение в высшей школе.

После вступительных экзаменов для успешной учебы нужна не только "натасканность" на определенные классы задач, но и систематические знания и математическая культура.

Данный курс в ЗЕНШ дает возможность поучиться у опытных преподавателей тем, кто не может заниматься на подготовительных курсах.

Содержание курса (входящего в разработанные ведущими преподавателями методические пособия) охватывает школьный курс, существенно углубляя и расширяя его. Пособия содержат необходимые сведения для подготовки абитуриентов. Авторы предполагают, что учащиеся ЗЕНШ владеют материалом школьных учебников по математике (знают основные теоремы, формулы, признаки и свойства). В каждом задании нужно выполнить все предложенные задачи, тщательно разобрать приведенные решения и примеры. Как правило, там содержатся основные алгоритмы и

примеры решения задач. Некоторые разделы методических пособий специально предполагают работу со школьным учителем.

2. Учебно-тематический план дополнительной образовательной программы

9 класс

Модуль 1.

Арифметика. Алгебраические выражения

1. Натуральные и целые числа. Простые и составные числа. Разложение составных чисел на простые множители. Признаки делимости натуральных чисел.
2. Наибольший общий делитель. Наименьшее общее кратное. Алгоритм Евклида. Способы нахождения НОД и НОК. Взаимно простые числа.
3. Метод математической индукции.
4. Рациональные и иррациональные числа. Тождественные преобразования числовых выражений. Выделение полного квадрата в подкоренных выражениях. Освобождение от иррациональности в знаменателе.
5. Проценты. Пропорции. Арифметическое и геометрическое средние.
6. Алгебраические выражения. Тождественные преобразования алгебраических выражений. Формулы сокращенного умножения.

Модуль 2.

Рациональные уравнения. Системы линейных и нелинейных уравнений

1. Основные понятия и обозначения теории множеств.
2. Что такое уравнение? Равносильность уравнений. Какие уравнения мы можем решать. Линейные уравнения.
3. Квадратный трехчлен и квадратное уравнение. Решения квадратных уравнений. Теорема Виета, прямая и обратная. Задачи, сводящиеся к исследованию квадратного трехчлена. Задачи с параметрами.

4. Многочлены от одной переменной. Деление многочленов. Теорема Безу. Алгоритм Евклида.
5. Рациональные уравнения. Возвратные и симметричные уравнения. Специальные способы нахождения корней рациональных уравнений.
6. Системы линейных уравнений с двумя неизвестными. Геометрическая интерпретация. Системы с параметрами.
7. Системы нелинейных уравнений и методы их решений. Графический способ решения нелинейных систем.

Модуль 3.

Планиметрия 1.

Треугольники, четырехугольники и многоугольники

1. Задачи на построение. Методы их решения.
2. Основные метрические соотношения в треугольнике. Теоремы синусов и косинусов. Свойства медиан, биссектрис и высот треугольника.
3. Равенство и подобие треугольников.
4. Четырехугольники: квадраты, прямоугольники, параллелограммы, ромбы и трапеции.
5. Многоугольники. Правильные многоугольники.

Модуль 4.

Текстовые задачи. Прогрессии и последовательности

1. Задачи на движение.
2. Задачи на производительность труда.
3. Задачи на процентный прирост и формулу сложных процентов.
4. Задачи на концентрацию и процентное содержание.
5. Задачи с целочисленными неизвестными.
6. Задачи на арифметическую прогрессию.
7. Задачи на геометрическую прогрессию.
8. Смешанные задачи на прогрессии.

9. Последовательности. Монотонные и ограниченные последовательности.
10. Рекуррентные последовательности.
11. Методы суммирования.

Модуль 5.

Планиметрия 2. Углы. Вписанные и описанные окружности.

Площади геометрических фигур

1. Угол. Его измерение. Число π .
2. Углы, измеряемые с помощью дуг окружности. Центральные и вписанные углы. Угол между секущими. Угол между хордой и касательной.
3. Свойства хорд, секущих и касательных.
4. Вписанные и описанные окружности.
5. Площади квадратов, прямоугольников, треугольников, четырехугольников, многоугольников.
6. Площадь круга, сектора.

Итоговый модуль за 9 класс

1. Справочный материал за 9 класс.
2. Контрольные вопросы.
3. Типовые задачи.
4. Итоговое задание. Задачи первого, второго и третьего уровней.

10 класс

Модуль 1.

Тригонометрия

1. Историческая справка.
2. Определение тригонометрических функций.
3. Свойства тригонометрических функций и их графики.
4. Квадранты единичной окружности. Знаки тригонометрических функций.

5. Вычисление значений тригонометрических функций без таблиц. Нахождение одних тригонометрических функций по значениям других.
6. Тождественные преобразования тригонометрических выражений.
7. Обратные тригонометрические функции и их графики.
8. Простейшие соотношения между обратными тригонометрическими функциями.

Модуль 2.

Уравнения с модулем. Иррациональные уравнения

1. Уравнения с модулем. Метод интервалов. Метод замены переменной.
2. Уравнения с модулем и с параметром.
3. Графический метод решения уравнений с модулем.
4. Системы уравнений с модулем.
5. Иррациональные уравнения. Стандартные методы решения: устранение радикалов, подстановка, использование сопряженных радикалов, введение новых переменных, переход к системе уравнений.
6. Нестандартные методы решения: анализ области определения функций, использование монотонности и ограниченности функций.
7. Иррациональные уравнения с параметром.
8. Системы иррациональных уравнений.
9. Смешанные уравнения.

Модуль 3.

Неравенства и системы неравенств

1. Определение числовых неравенств. Свойства числовых неравенств.
2. Определение неравенств с одной неизвестной. Равносильные преобразования неравенств.
3. Линейные и квадратные неравенства.
4. Рациональные неравенства. Метод интервалов.
5. Иррациональные неравенства.

6. Неравенства с модулем.
7. Неравенства с параметром.
8. Системы неравенств.
9. Доказательство неравенств.

Модуль 4.

Тригонометрические уравнения и неравенства

1. Простейшие тригонометрические уравнения.
2. Типы тригонометрических уравнений и методы их решения: метод дополнительного угла; замена переменной в уравнениях вида $R(\cos x + \sin x, \cos x \cdot \sin x) = 0$; понижение степени уравнения переходом к кратным углам; однородные тригонометрические уравнения и т.д.
3. Использование ограниченности и периодичности тригонометрических функций $\sin x, \cos x$.
4. Отбор корней тригонометрического уравнения, принадлежащих заданному множеству.
5. Тригонометрические уравнения с параметром.
6. Простейшие уравнения, содержащие обратные тригонометрические функции.
7. Системы тригонометрических уравнений.
8. Тригонометрические неравенства.

Модуль 5.

Нестандартные задачи

1. Задачи, включенные в это задание, не объединены общей темой. Здесь представлены задачи математических олимпиад разных уровней и наиболее интересные задачи, которые предлагались абитуриентам на вступительных экзаменах в вузы, с повышенными требованиями к математической подготовке.

2. Нестандартные задачи довольно часто решаются с использованием минимальных сведений из школьного курса математики, но требуют больше, чем обычно, сообразительности и умения логически мыслить.
3. Общих методов решения подобных задач нет, однако учащимся, безусловно, будет полезно ознакомиться с некоторыми наиболее распространенными приемами.

Итоговый модуль за 10 класс

1. Справочный материал за 10 класс.
2. Контрольные вопросы.
3. Типовые задачи.
4. Итоговое задание. Задачи первого, второго и третьего уровней.

11 класс

Модуль 1.

Функции и их графики

1. Понятие функции, виды заданий функции. Монотонные, периодические, четные и нечетные, ограниченные функции. Сложная функция. Обратная функция.
2. График функции. Простейшие преобразования графиков: сдвиг, растяжение, сжатие, отражение относительно осей координат.
3. Построение графиков функций, содержащих знак модуля.
4. Построение графиков сложных функций, обратных функций.
5. Сложения, вычитание, умножение графиков функций.
6. Графическое решение уравнений.

Модуль 2.

Исследование функций

1. Понятие приращения аргумента и приращения функции.
2. Бесконечно малая величина (функция). Определение производной функции в точке. Непрерывность.

3. Правила дифференцирования. Производная сложной функции.
4. Таблица производных.
5. Нахождение производных.
6. Секущая. Уравнение касательной к графику функции.
7. Максимумы и минимумы, промежутки возрастания и убывания. Условия экстремума функции.
8. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке.
9. Задачи на экстремум. Текстовые задачи на экстремум.
10. Схема исследования и построения графика функции.

Модуль 3.

Векторная алгебра. Метод координат

1. Координаты точки на плоскости и в пространстве.
2. Расстояние между точками на плоскости и в пространстве.
3. Понятие вектора. Линейные операции над векторами.
4. Скалярное произведение векторов. Условие перпендикулярности и коллинеарности векторов.
5. Нахождение угла между векторами. Координаты вектора.
6. Уравнения прямой и плоскости.
7. Построение геометрических образов уравнений и неравенств.

Модуль 4.

Показательная и логарифмическая функции.

Решение уравнений и неравенств

1. Определения и свойства показательной и логарифмической функций. Логарифмирование и потенцирование.
2. Преобразование и вычисление логарифмических и показательных выражений.
3. Показательные и логарифмические уравнения и основные методы их решения.

4. Уравнения, содержащие неизвестное в основании логарифма и в основании степени.
5. Логарифмические и показательные неравенства.
6. Уравнения и неравенства с параметром.
7. Системы уравнений и неравенств.
8. Нестандартные методы решения стандартных и нестандартных задач.
9. Графическое решение уравнений и неравенств.

Модуль 5.

Стереометрия. Сечения многогранников

1. Прямые и плоскости в пространстве.
2. Угол и расстояние между скрещивающимися прямыми.
3. Многогранники различного вида.
4. Способы построения сечений многогранников.

3. Содержание дополнительной образовательной программы

9 класс

Модуль 1.

Арифметика. Алгебраические выражения

Понятие натурального числа — основное понятие математики. Арифметические действия с натуральными числами, свойства самих натуральных чисел привлекательны не только своей целесообразностью. С изучения свойств натуральных чисел началось развитие математики как науки. Это произошло примерно 25 столетий тому назад и в значительной степени связано с именем Пифагора. Сам термин возник в школе Пифагора. Многие из первоначальных теорем, доказанных древнегреческими учеными, не устарели до сих пор, а их доказательства и поныне служат образцом математического рассуждения. Таковы, например, доказательство бесконечности множества простых чисел, доказательство иррациональности числа $\sqrt{2}$, алгоритм Евклида.

Первый модуль по математике для учащихся 9 класса вполне естественно посвящен арифметике натуральных чисел и некоторым алгебраическим задачам. Изложенный материал не является абсолютно новым. Практически все, что здесь написано, содержится в школьных учебниках, но часть материала имеется только в учебниках для классов с углубленным изучением математики.

Особенностью данного задания служит также и то, что вопросы, которые изложены здесь, изучаются в разной степени и на разных уровнях на протяжении всего школьного курса математики и поэтому материал разбросан по учебникам разных лет обучения. Предлагаемый текст ни в коем случае не должен рассматриваться как замена учебника. Эта работа не заменяет учебник, а дополняет его. Собранный воедино и прокомментированный материал полезно прочитать каждому. Целиком материал предназначен для учителей и школьников, имеющих повышенный интерес к математике.

Модуль 2.

Рациональные уравнения. Системы линейных и нелинейных уравнений

При рассмотрении уравнений постоянно приходится упоминать понятия "множества", "подмножества", "области допустимых значений". Поэтому второй модуль начинается с изложения элементов теории множеств. Изложены основные обозначения и определения, теоретико-множественные операции и их свойства, некоторые утверждения.

Затем рассматриваются общие понятия уравнения, решения уравнения, равносильности уравнений, области допустимых значений. Это связано с тем, что решение уравнений состоит в том, что данное уравнение преобразуется в другое, это другое — в третье и так далее до тех пор, пока не получится уравнение, решение которого очевидно. Поэтому при переходе от одного уравнения к другому (следствию) возможно и приобретение корней и их потеря.

Понятно, что нет общего способа, как решить произвольное уравнение. Поэтому в модуле сначала подробно рассмотрены линейные и квадратные уравнения (что повторяет школьный материал), а уже затем некоторые новые типы рациональных уравнений (симметрические, возвратные и т.д.).

После этого изучаются системы линейных уравнений с двумя неизвестными, дается их геометрическая интерпретация, а также некоторые виды систем нелинейных уравнений.

Модуль 3.

Планиметрия 1.

Треугольники, четырехугольники и многоугольники

Основная цель данного модуля — дать возможность повторить, расширить и углубить представления школьников о планиметрии, одной из древнейших математических наук.

Многие задачи имеют шуточную формулировку, но за этим стоят далеко не шуточные обстоятельства. Уже в наше время, а в будущем еще в гораздо большей степени, основная задача человека — увидеть и четко сформулировать зависимости между наблюдаемыми явлениями окружающего мира. Когда такая работа проделана или, выражаясь более точно, построена математическая модель ситуации, дальнейший анализ зачастую может быть поручен компьютеру, человеку же нужно будет понять и правильно использовать те результаты, которые он получит от компьютера.

Все теоремы геометрии как раз и являются математическими моделями вполне определенных ситуаций нашего мира. Нужно это отчетливо понимать, развивать в себе умение видеть эти модели и анализировать их. Геометрия дает для этого богатейший материал.

Модуль 4.

Текстовые задачи. Прогрессии и последовательности

Первая часть модуля посвящена задачам на составление уравнений или (что то же самое) текстовым задачам.

Текстовые задачи по своему содержанию наиболее близки к практической деятельности человека. Поэтому мы находим их в самых первых письменных источниках: папирусах, глиняных табличках, древних рукописях. Эти задачи проверяют не только умение решать уравнения, неравенства или системы, но и выводить сами исходные соотношения, придавать математический смысл описанным в условии ситуациям и, наоборот, давать разумный смысл выведенным числовым соотношениям — словом, все то, что необходимо образованному человеку.

Что же собой представляют текстовые задачи с математической точки зрения? В стандартной текстовой задаче описывается определенная ситуация и нужно найти ту или иную величину, однозначно задаваемую условием задачи. Причем требуется не просто угадать или, тем более, указать предположительное значение искомой величины, но доказать, что данное решение единственно возможное. Доказательством служит текст решения, в котором обычно условие задачи переводится на язык уравнений, неравенств и т. п., содержащих одну или несколько неизвестных величин и позволяющих вывести ответ на поставленный в задаче вопрос. Ответ к текстовой задаче должен даваться в краткой и ясной форме. После получения ответа нужно произвести проверку, используя первоначальное условие задачи.

Читая несколько раз условие задачи, решающий должен детально усвоить описанный в задаче сюжет и наметить круг ключевых неизвестных, заданием которых этот сюжет достаточно полно определяется. Далее для неизвестных предстоит составить требуемые соотношения. Каков же механизм этой работы?

Для решения целого класса задач необходимо знание определенных закономерностей, зависимостей между различными величинами. Например, при решении задач на движение нужно знать соотношения между расстоянием, временем и скоростью. Обо всем этом мы будем подробно говорить в соответствующих разделах.

Затем, используя эти соотношения и условия задачи, составляются уравнения или неравенства, описывающие поставленную в задаче проблему. Количество таких уравнений и неравенств может не совпадать с количеством неизвестных.

Сколько нужно вводить неизвестных? Даже если нужно найти одну величину, неизвестных желательно иметь несколько, чтобы полученные уравнения или неравенства были по возможности наиболее простыми.

После этого мы переходим к математической части: решению полученных уравнений и неравенств, отвлекаясь от сути неизвестных.

Проверка полученных решений обязательна, чтобы не получилось $1\frac{1}{2}$ землекопа или -5 арбузов.


Вторая часть модуля посвящена различным задачам, связанным с последовательностями.

Сначала рассматриваются арифметические и геометрические прогрессии, формулы для нахождения их суммы и различные задачи на прогрессии. Затем приводятся задачи на определение монотонности и ограниченности заданных последовательностей.

Последние два пункта посвящены рекуррентным последовательностям и методам нахождения суммы членов некоторых видов последовательностей. Обычно в рамках школьного курса они не рассматриваются. Но такие задачи довольно часто встречаются на различных олимпиадах и конкурсах. Они могут служить основой кружка по математике. Школьники сами могут продолжить

изучение таких методов суммирования или решения рекуррентных соотношений.

Решения задач, приведенные в пособии, не являются наилучшими из всех возможных. Вполне вероятно, что можно найти более короткие и простые решения.

Часть методического пособия набрана более мелким шрифтом, отделенным от первой мальтийским крестом , и содержит некоторые исторические сведения или комментарии к задачам.

Модуль 5.

Планиметрия 2. Углы. Вписанные и описанные окружности.

Площади геометрических фигур

В этом модуле обсуждаются в основном две темы: 1) окружности и все с ними связанное; 2) площади геометрических фигур. Кое-что было затронуто в третьем модуле. Там были доказаны важные формулы для вычисления величины радиусов вписанной и описанной окружностей в треугольник, причем доказательства опирались на метод площадей. Теперь эти важные темы обсуждаются более детально.

В начале каждого раздела напоминаются формулировки некоторых часто используемых при решении задач теорем планиметрии. Как правило, это стандартные теоремы из школьных учебников. Иногда приводятся наброски доказательств.

Итоговый модуль за 9 класс

Данный модуль является проверочным заданием за девятый класс. Оно содержит задачи по темам: арифметика и алгебра многочленов, рациональные уравнения и системы уравнений, текстовые задачи и последовательности, планиметрия.

Задание организовано следующим образом. Сначала приводится необходимый справочный материал по данным темам, затем приводятся

контрольные вопросы и типовые задачи с решениями. Если учащиеся затрудняются ответить на контрольные вопросы, то нужно снова обратиться к заданиям по данной теме.

Наконец, само итоговое задание. Это задание содержит задачи трех уровней. Первый уровень составляют задачи, где необходимо только знание формул и стандартных преобразований. Поэтому задачи этого уровня представлены в тестовой форме. Решения этих задач приводить не надо, а нужно только заполнить таблицу с ответами. Задачи второго уровня — это задачи на умение применять формулы и пользоваться стандартными методами решения. Их решение нужно приводить полностью. Задачи третьего уровня — это задачи повышенной сложности. Здесь решение должно быть максимально подробным.

10 класс

Модуль 1.

Тригонометрия

Слово "тригонометрия" составлено из греческих слов "тригонон"—треугольник и "метрезис" — измерение.

Тригонометрия — математическая дисциплина, изучающая зависимость между сторонами и углами треугольника.

Углы произвольного треугольника нельзя связать непосредственно с его сторонами с помощью алгебраических соотношений. Поэтому тригонометрия вводит в рассмотрение, кроме самих углов, тригонометрические величины — синус, косинус, тангенс, котангенс. Эти величины уже можно связать со сторонами треугольника простыми алгебраическими соотношениями. С другой стороны, по значению тригонометрической величины можно определить угол. Правда, эти вычисления требуют длительных и утомительных расчетов, но эта работа проделана и закреплена в таблицах (и компьютере).

Значение каждой тригонометрической величины изменяется с изменением угла, другими словами, тригонометрическая величина есть функция угла. Отсюда название — "тригонометрические функции".

С одной стороны, тригонометрия есть часть геометрии, однако тригонометрические функции – это объект изучения математического анализа, а тригонометрические уравнения изучаются методами алгебры.

Тригонометрия возникла из практических нужд человека. С ее помощью можно определять расстояния до недоступных предметов, существенно упрощать процесс геодезической съемки местности для составления географических карт.

Потребность в решении треугольников раньше всего возникла в астрономии, и в течении долгого времени тригонометрия развивалась как раздел астрономии.

Буквенные обозначения утвердились в тригонометрии лишь в середине XVIII века благодаря Л.Эйлеру. Этот великий математик придал всей тригонометрии ее современный вид. Он ввел и обратные тригонометрические функции.

Модуль 2.

Уравнения с модулем. Иррациональные уравнения

В этом модуле рассматриваются два вида уравнений — уравнения с модулем и иррациональные уравнения, относящиеся к классу алгебраических уравнений.

Как правило, в процессе решения уравнения путем различных преобразований стараются заменить его более простым уравнением или системой уравнений, но далеко не всегда подобный переход от сложного к простому является равносильным. Во-первых, может произойти потеря корней. Такой переход не допустим. Поэтому при переходе к новому уравнению надо тщательно следить за тем, чтобы такая потеря не могла произойти. Во-вторых,

новое уравнение может содержать корни, не являющиеся корнями исходного уравнения, — посторонние корни. Такие корни можно выделить проверкой.

Модуль 3.

Неравенства и системы неравенств

Неравенства — одна из важнейших тем в школьном курсе математики. Очень многие задачи связаны с решением неравенств. В этом пособии рассмотрены подробно решения алгебраических неравенств и неравенств, сводящихся к их решению: неравенств с модулем, иррациональных неравенств, систем неравенств и неравенств с параметром. Основным методом решения неравенств служит метод интервалов, хотя его обоснование выходит за рамки школьного курса.

Модуль 4.

Тригонометрические уравнения и неравенства

При изложении материал в данном модуле разделен на две части: первая часть предназначена для школьников и набрана обычным шрифтом; вторая часть набрана более мелким шрифтом, отделенным от первой мальтийским крестом ✖, и предназначена для учителей (или школьников, интересующихся строгими определениями и доказательствами используемых правил и формул).

Уравнения, содержащие неизвестную величину под знаком тригонометрической функции, называются тригонометрическими. Тригонометрические уравнения возникают в задачах, в которых из соотношений между тригонометрическими функциями требуется найти неизвестные углы.

Как правило, тригонометрические уравнения имеют бесконечное число корней или не имеют их вовсе. Этот факт объясняется периодичности тригонометрических функций, т.е. тем, что каждому значению тригонометрической функции соответствует бесконечное число углов.

Модуль 5.

Нестандартные задачи

Задачи, включенные в этот модуль, объединены общей темой. Здесь представлены задачи математических олимпиад разных уровней и наиболее интересные задачи, которые предлагались абитуриентам на вступительных экзаменах в вузы с повышенными требованиями к математической подготовке.

Нестандартные задачи довольно часто решаются с использованием минимальных сведений из школьного курса математики, но требуют больше, чем обычно, сообразительности и умения логически мыслить.

Общих методов решения подобных задач нет, однако учащимся, безусловно, будет полезно ознакомиться с некоторыми наиболее распространенными приемами.

Итоговый модуль за 10 класс

Данный модуль является проверочным заданием за десятый класс. Оно содержит задачи по темам: иррациональные уравнения, уравнения с модулем, неравенства и системы неравенств, тригонометрия, нестандартные задачи.

Задание организовано следующим образом. Сначала приводится необходимый справочный материал по данным темам, затем приводятся контрольные вопросы и типичные задачи с решениями. Если вы затрудняетесь ответить на контрольные вопросы, то нужно снова обратиться к заданиям по данной теме.

Наконец, само итоговое задание. Это задание содержит задачи трех уровней. Первый уровень составляют задачи, где необходимо только знание формул и стандартных преобразований. Поэтому задачи этого уровня представлены в тестовой форме. Решения этих задач приводить не надо, а нужно только заполнить таблицу с ответами. Задачи второго уровня — это задачи на умение применять формулы и пользоваться стандартными методами решения. Их решение нужно приводить полностью. Задачи третьего уровня —

это задачи повышенной сложности. Здесь решение должно быть максимально подробным.

11 класс

Модуль 1.

Функции и их графики

Для графического решение уравнений нужно хорошо знать графики элементарных функций (т.е. функций, изучаемых в школьном курсе), а также правила преобразования графиков: сдвиг, отражение, растяжение или сжатие вдоль осей координат. Полезно также уметь производить арифметические действия с графиками: сложение, вычитание, умножение и деление.

Графический способ решения уравнений может дать только приближенный ответ. Но такое решение часто бывает полезным при нахождении возможных интервалов, где лежат корни уравнения, при нахождении промежутков, где корней заведомо нет, и т.д. Если даже кажется, что по графику корень найден точно, нужно убедиться в этом, подставляя его в уравнение, т.е. производя проверку.

Модуль 2.

Исследование функций

Понятие производной (наряду с понятием интеграла) занимает центральное место в современной математике. Традиционно создание этих понятий связывают с именами выдающихся ученых — Исаака Ньютона и Готфрида Вильгельма Лейбница, и относят к концу XVII века.

Ту часть математики, в которой используются производная и интеграл, чаще всего называют высшей математикой, в отличие от школьной (или элементарной) математики. В последние годы в программу средней школы начали включать элементы высшей математики: производные, касательные, нахождение экстремумов, исследование функций с помощью производных, простейшие неопределенные и определенные интегралы.

Нужно сразу сказать, что строгого определения производной в школе не дается и дано быть не может без изучения теории пределов. Дается лишь идея построения данного понятия. Но как только сформулированы правила дифференцирования, дана таблица производных, геометрический смысл производной и правила нахождения экстремумов, само понятие производной становится ненужным. Поэтому хотя строгого определения производной не дается, но задачи на применение, нахождение производной можно рассматривать и можно решать.

Ситуация здесь напоминает изучение планиметрии в младших классах. Хотя аксиомы планиметрии не даются и основные понятия не определяются, а все стараются увидеть из чертежа, задачи решать и теоремы доказывать можно и нужно.

При изложении материал в данном задании разделен на две части: первая часть предназначена для школьников и набрана обычным шрифтом, вторая часть набрана более мелким шрифтом, отделенным от первой мальтийским крестом ✖, и предназначена для учителей (или школьников, интересующихся строгими определениями и доказательствами используемых правил и формул). Конец решения или доказательства помечен знаком □.

Модуль 3.

Векторная алгебра. Метод координат

Величины, встречающиеся в механике, физике и других прикладных науках, могут быть разделены на две категории. К одной из них относятся такие физические величины, которые определяются только числовым значением, например: масса, плотность, температура. К другой категории можно отнести величины, для определения которых требуется знание не только числового значения, но и направления, например: сила, скорость, ускорение. Величины первой категории называются скалярными, а второй — векторными. Скалярная величина может быть задана числом, которое выражает отношение этой

величины к соответствующей единице измерения. Для изображения векторных величин употребляются векторы. Это одно из основных понятий раздела математики, который называется аналитической геометрией.

Модуль 4.

Показательная и логарифмическая функции.

Решение уравнений и неравенств

Модуль посвящен теме "Логарифмическая и показательная функция". Поскольку эта тема обычно изучается в конце 11 класса, в методическом пособии приводятся основные определения и свойства показательных и логарифмических функций, а также примеры решения уравнений и неравенств. Конечно, методическое пособие не может заменить учебник, поэтому перед выполнением задания нужно прочитать соответствующие разделы учебника. Краткость изложения теории в данном пособии компенсируется разбором большого количества примеров различной степени трудности.

Модуль 5.

Стереометрия. Сечения многогранников

Сечения многогранников используются при решении многих задач стереометрии. При этом стоит отметить, что, говоря о построениях в пространстве, обычно имеют в виду не столько реальные построения, сколько утверждения о существовании объектов. При таком подходе построение фигуры в пространстве (сечения, в частности) фактически означает доказательство ее существования, основанное на аксиомах.

Методическое обеспечение

Способ обучения по этой дополнительной программе — заочный. По каждой теме написаны учебно-методические пособия. Они рассылаются школьникам вместе с контрольными вопросами и заданиями для самостоятельной работы по данной теме. Школьники решают их и присылают решения в ЗЕНШ. После проверки им выставляется оценка и проверенная

тетрадь вместе с решениями отсылается назад. После девятого и десятого классов учащиеся получают специальные проверочные задания. Итогом их служит перевод на следующую ступень (следующий год).

Если пособия разработаны на несколько лет, то задачи регулярно обновляются, меняются каждый год.

Школьники, успешно окончившие ЗЕНШ (11 класс), сдают выпускной экзамен по математике.

Список литературы

1. Амелькин В.В., Рабцевич В.Л. Задачи с параметрами. Справочное пособие по математике. М.: УНЦ ДОМ ГУ, 1996.
2. Башмаков М.И., Беккер Б.М., Гольховой В.М. Задачи по математике. Алгебра и анализ. М.: Наука, 1982.
3. Болгарский Б.В. Очерки по истории математики. Минск: Высшая школа, 1974.
4. Вавилов В.В. и др. Задачи по математике. Уравнения и неравенства. Справочное пособие. М.: Наука, 1987.
5. Вавилов В.В. и др. Задачи по математике. Алгебра. Справочное пособие. М.: Наука, 1988.
6. Горштейн П.И. и др. Задачи с параметрами. Киев: РИА Тест, 1992.
7. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: Наука, 1972.
8. Звавич Л.И., Шляпочник Л.Я. Задачи письменного экзамена по математике за курс средней школы: условия и решения. М.: Школа-Пресс, 1994.
9. Крамор В.С. Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начал анализа. М.: Просвещение, 1990.
10. Крысицкий В. (ред.) Шеренга великих математиков. Варшава: Наша ксенгария, 1970.
11. Манин Ю.И. О разрешимости задач на построение с помощью циркуля и линейки. В кн. "Энциклопедия элементарной математики". Т. 4. М.: Физматгиз, 1963.
12. Мельников И.И., Сергеев И.Н. Как решать задачи по математике на вступительных экзаменах. М.: МГУ, 1994.
13. Олехник С.Н., Потапов М.К., Пасиченко П.И. Нестандартные методы решения уравнений и неравенств. М.: МГУ, 1991.
14. Пойа Д. Математическое открытие. М.: Наука, 1976.
15. Потапов М.К. и др. Конкурсные задачи по математике. М.: Просвещение, 1992.
16. Сканави М.И. (ред.) Сборник конкурсных задач для поступающих во втузы. М.: Высшая школа, 1994.
17. Симонов А.Я. и др. Система тренировочных задач и упражнений по математике. М.: Просвещение, 1991.
18. Соминский И.С. Элементарная алгебра. Дополнительный курс. М.: Наука, 1967.
19. Тихомиров В.М. Рассказы о максимумах и минимумах. М.: Наука, 1986.
20. Фридман Л.М., Турецкий Е.Н. Как научиться решать задачи. М.: Просвещение, 1989.
21. Хинчин А.Я. Восемь лекций по математическому анализу. М.: Наука, 1977.
22. Цыпкин А.Г., Пинский А.И. Справочник по методам решения задач по математике. М.: Наука, 1989.
23. Черкасов О.Ю., Якушев А.Г. Математика. Интенсивный курс подготовки к экзамену. М.: Айрис Рольф, 1997.
24. Чистяков В.Д. Старинные задачи по элементарной математике. Минск: Высшая школа, 1978.
25. Шабунин М.И. Математика для поступающих в вузы. Уравнения и системы уравнений. М.: Аквариум, 1997.
26. Шабунин М.И. Математика для поступающих в вузы. Неравенства и системы неравенств. М.: Аквариум, 1997.
27. Шарыгин И.Ф. Факультативный курс по математике. М.: Просвещение, 1989.

28. Шарьгин И.Ф., Голубев В.И. Факультативный курс по математике: Решение задач: Учебн. пособие для 11 кл. сред. шк. М.: Просвещение, 1991.
29. Пособие по математике для поступающих в вузы под редакцией Г.Н.Яковлева М.: Наука, 1982.

Математика: Дополнительные главы математики
Дополнительная образовательная программа

Составители: Александр Мечиславович Кытманов,
Виктор Михайлович Бусаркин
Анатолий Михайлович Быковских
Татьяна Ивановна Качаева
Наталья Сергеевна Красикова
Евгений Константинович Лейнартас
Симона Глебовна Мысливец
Татьяна Александровна Осетрова
Виктор Васильевич Работин
Сергей Петрович Царев

Редактор О.Ф.Александрова

Корректор И.А.Вейсиг

Подписано в печать 07.03.06 Формат 60.84/16

Бумага газетная. Печать ризографическая.

Усл. печ. л. 1,7.

Тиражируется на электронных носителях

Адрес в Internet: zensh.ru/resources

Отдел информационных ресурсов управления информатизации КрасГУ
660041 г. Красноярск, пр. Свободный, 79, ауд. 22-05, e-mail: info@lan.krasu.ru

Издательский центр Красноярского государственного университета
660041 г. Красноярск, пр. Свободный, 79, e-mail: rio@lan.krasu.ru